

何謂調幅(Amplitude Modulation)

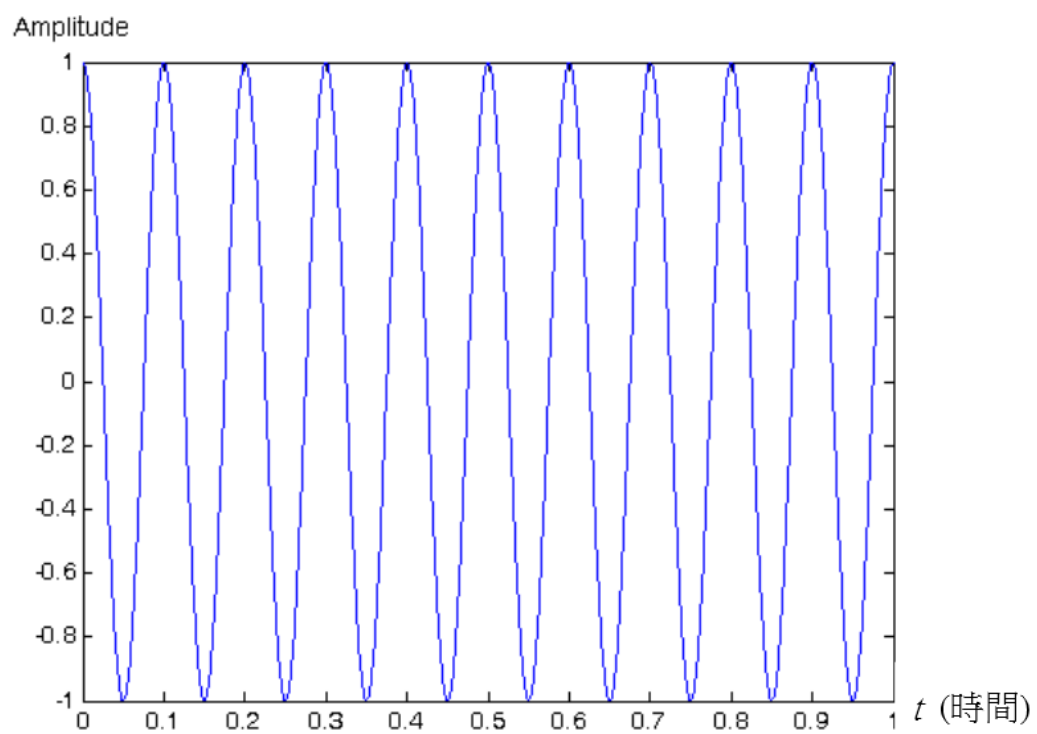
李家同

國立暨南國際大學 資管 資工及通訊所教授

e-mail : rctlee@ncnu.edu.tw

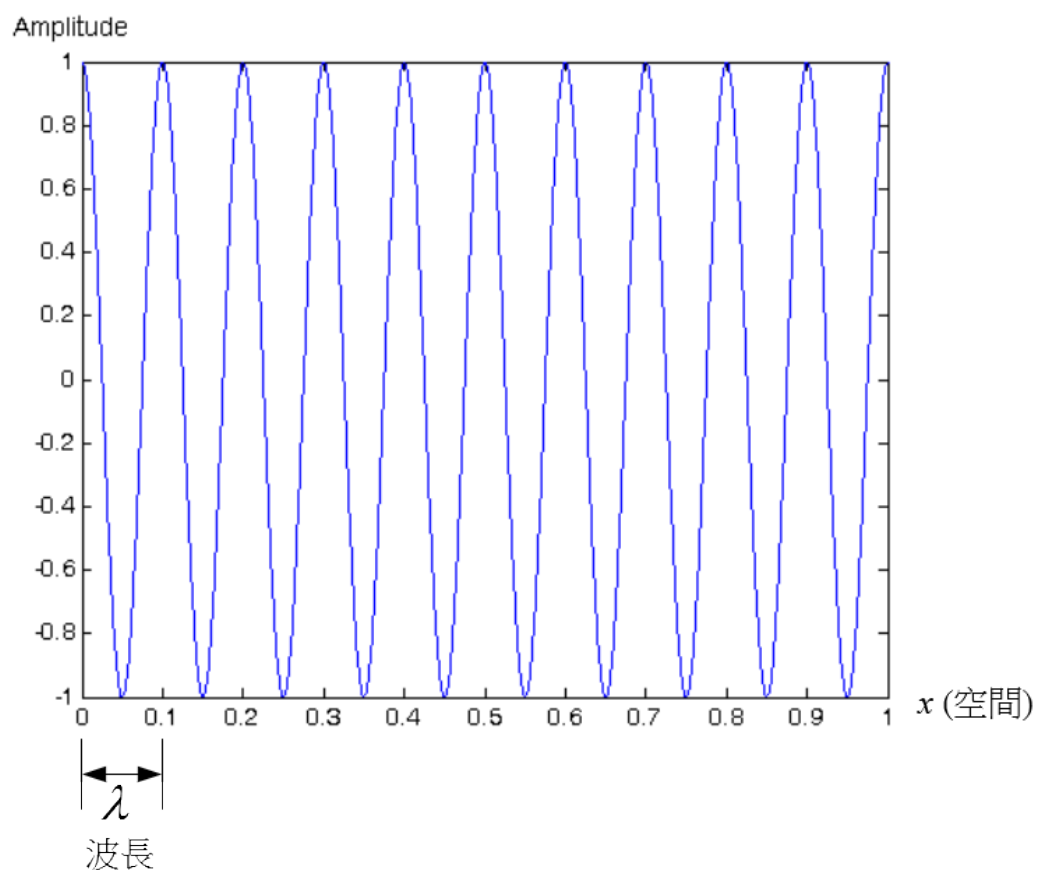
我們聽收音機廣播的時候，常會要決定是 AM 或者是 FM，AM 是 amplitude modulation，中文就是調幅，FM 是 frequency modulation，中文是調頻。調幅和調頻都是調變(modulation)的一種，調幅不僅用在收音機廣播上，一般各種通訊系統中調幅都是很重要的觀念。

要說明調幅，我們首先要說明的是在無線通訊中所傳波的是電磁波，任何一個波動都有一個頻率，電磁波也不例外，假設這個波每一秒鐘震動 10 次，如圖一所示，我們就說這個波的頻率是 10Herz，1Herz 是 1 週期/秒。習慣上我們用 f 代表頻率。



圖一

可是，波也在空間行走，對於每一瞬間，我們可以想見在空間上，波也有沿著空間起變化，如圖二所示。



圖二

波在空間一個週期的長度叫做波長，通常，我們用來 λ 表示波長，波長和頻率是有關係的，如以下的公式所示：

$$\lambda = \frac{v}{f}. \quad (1)$$

公式(1)中的 v 是光速，我們都知道，光速是 $3 \times 10^8 \text{ m/sec}$ 。所以公式(1)又可以寫成：

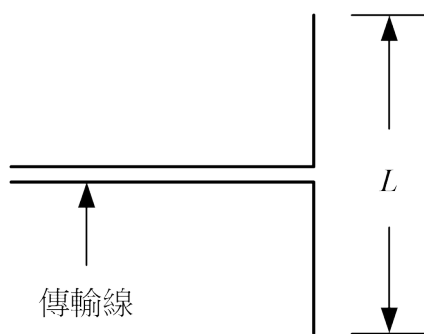
$$\lambda = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/sec}}{f}. \quad (2)$$

我們人聲音的頻率大概是 3000Herz(3000 cycle/sec)，代入公式(2)以後，我們可以算出人聲的波長：

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/sec}}{3 \times 10^3 \text{ cycle/sec}} = 10^5 \text{ m/cycle.} \quad (3)$$

也就是說，人聲音的波長是 $10^5 \text{ m} = 100$ 公里。

波長的大小對於通訊系統有什麼影響呢？我們的無線通訊系統一定會有一個天線，圖三是一個典型的天線。



圖三

圖三中天線的長度 L 和波長有互相關係，以這個天線而言， L 應該是波長的一半，也就是說， $L = \lambda/2$ ，否則這個天線的效率就不高了。以人聲而言，天線的長度應該是 $10^5 \text{ m}/2 = 5 \times 10^4 \text{ m} = 50$ 公里。由此可知，這種長度的天線是造不出來。

要將人的聲音傳波出去，可以想見的是，我們必須將頻率提高，這就是所謂的調幅了。以圖四為例，

Amplitude

t (時間)

圖四

圖四中的訊號究竟含有什麼訊號呢？要知道這個，我們可以利用傅立葉轉換 (Fourier Transform)，如果讀者不太了解傅立葉轉換，不妨去看一下我在暨大電子雜誌第十七期有關傅立葉轉換的文章。

圖五顯示我們使用傅立葉轉換來分析圖四中訊號的結果，我們可以知道圖四中訊號含有三個 cosine 訊號，這三個 cosine 訊號的頻率分別是 3, 7 和 15，假如我們要將頻率提高，我們可以利用所謂載波(carrier wave)的觀念，載波也是一個波，通常它的頻率是非常高，我們就是利用它來提高我們所要傳送訊號的頻率。圖五中有兩組資料互相對稱，要正確解讀這種資料必須對傅立葉轉換要有很深的瞭解，我在此建議各位到我的網站上去找我的通訊講義裡有不少有關傅立葉轉換的介紹。

強度

f

圖五

我們通常用 $m(t)$ 來代表原來的訊號，用 $c(t)$ 來代表載波， $c(t)$ 的公式如下：

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) \quad (4)$$

所謂調幅就是將 $m(t)$ 乘上 $c(t)$ ，如以下的公式：

$$s(t) = m(t)c(t) \quad (5)$$

以圖四的訊號為例，假設我們載波 $c(t)$ 的頻率是 200，圖六就顯示調幅以後的訊號。

Amplitude

t (時間)

圖六

$s(t)$ 是我們送出去的訊號，這個訊號和 $m(t)$ 不同點在哪裡呢？我們又可以用傅立葉轉換來看，圖七顯示經過傅立葉轉換分析後的 $s(t)$ 頻譜，這次，我們發現 $s(t)$ 裡有六個訊號它們是 185, 193, 197, 203, 207, 215，所有的頻率都比以前要高。

強度

f

強度

(a)

f

(b)

圖七

究竟 $s(t)$ 裡的頻率和 $m(t)$ 裡的頻率有何關係呢？假如 $m(t)$ 內有一個頻率是 f ，載波 $c(t)$ 的頻率是 f_c ，那麼在 $s(t)$ 內就會有兩個頻率： $f_c - f$ 和 $f_c + f$ ，以我們的例子來說， $m(t)$ 裡就有一個頻率是 3 而 $f_c = 200$ ，因此，在 $s(t)$ 內就有 $200 - 3 = 197$ 及 $200 + 3 = 203$ 這兩個頻率。 $m(t)$ 裡還有一個頻率等於 15，所以 $s(t)$ 內就有 $200 - 15 = 185$ 及 $200 + 15 = 215$ 這兩個頻率，因此 f_c 比 f 要大很多， $f_c - f$ 及 $f_c + f$ 都要比 f 大得很多，這也就是為什麼經過調頻以後，我們送出去的訊號頻率大的多了。

我們這裡僅只是舉例而已，真正的 $m(t)$ 含有的頻率高得多，以人聲為例，頻率是 3k Herz，而真正的 f_c 更加高，以 AM 廣播而言， f_c 總在 500k Herz 到 1.6Mega Herz，我們可以想見我們送出的訊號都是高頻。

讀者一定會好奇，為什麼每一個 f 會變成 $f_c - f$ 及 $f_c + f$ 呢？大多數的書都利用傅立葉轉換來解釋這種現象，其實並不需要。假設我們有一個訊號是 $m(t) = \cos(2\pi ft)$

$$\begin{aligned} m(t)c(t) &= \cos(2\pi ft) \times A_c \cos(2\pi f_c t) \\ &= A_c (\cos(2\pi ft) \cos(2\pi f_c t)) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{但} \quad \cos x \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x + y) + \cos(x - y)) \quad (7)$$

$$\text{所以} \quad m(t)c(t) = \frac{1}{2} A_c (\cos(2\pi(f_c + f)t) + \cos(2\pi(f_c - f)t)). \quad (8)$$

從以上的式子，我們可以看出，經過調變以後原來的頻率 f ，現在變成了 $f_c - f$ 和 $f_c + f$ 。

我們現在以大哥大來做一個例子，大哥大的頻率是 1.8×10^9 Herz，所以

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{1.8 \times 10^9} = \frac{1}{6} \text{ m} = 0.166 \text{ m}.$$

也許大家覺得你們用的手機上的天線沒有這麼長，這是因為手機上的天線是一個螺旋狀，如果你將天線打開然後將天線拉直，一定會發現天線實際的長度差不多就是 0.166 米。

我們將 $s(t) = m(t)c(t)$ 送走了，收到的一端一定要做一個解調變 (demodulation) 的動作，如何解調變呢？我們常常說：“解鈴仍需繫鈴人”，當初調變的時候是將 $m(t)$ 乘上 $c(t)$ 使它變成 $s(t)$ ，接收端收到 $s(t)$ 以後要恢復 $m(t)$ ，必須要再將 $s(t)$ 乘上 $c(t)$ ， $m(t)$ 就會出來了，理由如下：

$$\begin{aligned}
 s(t)c(t) &= (m(t)c(t))c(t) \\
 &= m(t)c^2(t) \\
 &= m(t)(A_c^2 \cos(2\pi f_c t)^2) \\
 &= \frac{1}{2}m(t)(1 + \cos(2\pi(2f_c)t)).
 \end{aligned} \tag{9}$$

從以上的公式，我們可以發現 $s(t)c(t)$ 內包含兩種訊號，一個訊號就是原來的 $m(t)$ ，另一個是 $m(t)\cos(2\pi(2f_c)t)$ ，我們的問題是如何將 $m(t)$ 抽出來。

要抽出 $m(t)$ ，我們將利用一個性質，那就是 $m(t)$ 是一個低頻訊號，以人聲為例， $m(t)$ 的頻率只有 3k Herz，而 $m(t)\cos(2\pi(2f_c)t)$ 的頻率極高，在 $2f_c$ 左右， f_c 的頻率很高，都在 mega Herz 或 giga Herz 的範圍， $2f_c$ 就更高。因此我們可以設計一個濾波器，這個濾波器只能通過低頻的訊號，高頻的訊號一概被拒絕，這樣一來只有 $m(t)$ 通過了， $m(t)\cos(2\pi(2f_c)t)$ 會被拒絕。也就是說， $m(t)$ 被我們恢復了。

我在以下是看將調幅做一下總結，敘述如下：

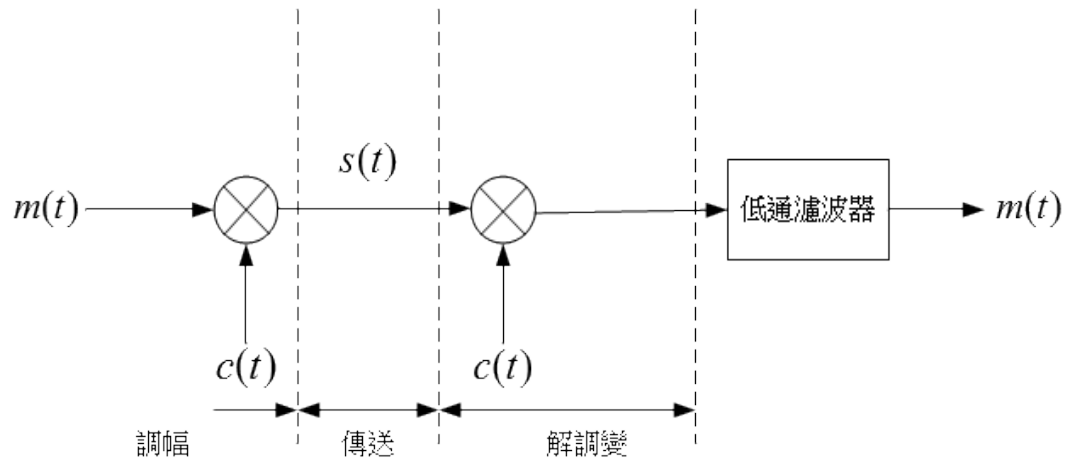
1. 一般 $m(t)$ 的頻率太低，我們必須將它的頻率升高。
2. 昇高的方法就是將 $m(t)$ 乘上 $c(t)$ ， $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$ ，所以送出去的訊號 $s(t)$ 是

$$s(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t).$$

這就是調幅。

3. $s(t)$ 內每一個訊號都會被昇高到了 f_c 左右。
4. 收到 $s(t)$ 以後，解調變的系統將 $s(t)$ 再乘上 $c(t)$ 。
5. 經過解調變以後的訊號，裡面有一個就是 $m(t)$ 屬於低頻，另一個訊號是屬於高頻。
6. 我們可以用一個低頻濾波器來將 $m(t)$ 取出。

圖八是一個有關調幅的示意圖：



圖八